CANETTES DE 33 cL

Expliquer comment a été choisie la taille des canettes de 33 cL.

CANETTES DE SODA

Expliquer comment a été choisie la taille des canettes de 33 cL.

CANETTES DE SODA

Expliquer comment a été choisie la taille des canettes de 33 cL.

CANETTES DE SODA

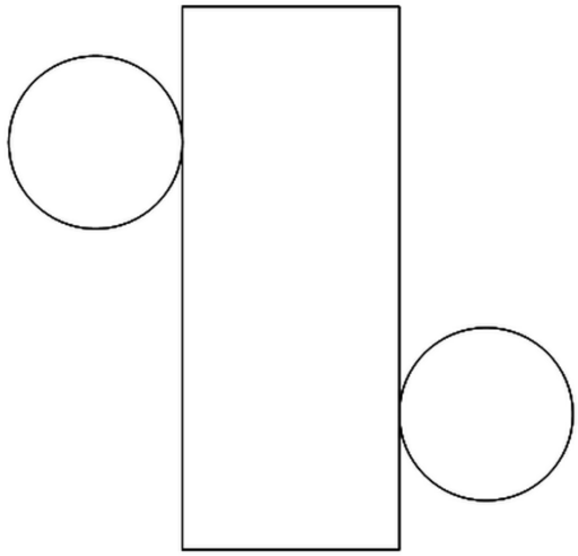
Les canettes de soda font toutes la même taille avec une contenance de 33 cL qui est le tiers de 1L, ce qui facilite la gestion des stocks et représente une quantité suffisante pour étancher la soif.
Elles ont la forme d'un cylindre de révolution de dimensions (en mesurant avec la règle la canette) :

11,6 cm de hauteur et 3,3 cm de rayon

Par souci économique, Coca-Cola et compagnie ont cherché le cylindre qui peut contenir les 33 cL et qui nécessite le moins de métal possible.

La quantité de métal utilisé sur une canette s'évalue en calculant la surface du cylindre.

Rappel : patron d'un cylindre :



On additionne l'aire des deux bases en forme de disques et l'aire de la face latérale (rectangle).

Rappel : aire d'un disque : $\pi \times$ rayon²
largeur du rectangle = périmètre du cercle = $2 \times \pi \times$ rayon

Surface d'une canette de 33 cL :

$$\pi \times \text{rayon}^2 + \pi \times \text{rayon}^2 + \text{hauteur} \times (2 \times \pi \times \text{rayon})$$

Si on change la taille de la canette, comme elle doit toujours contenir 33 cL :

- Si on diminue le rayon, on agrandit donc la hauteur (canette fine mais haute) ;
- Si on agrandit le rayon, la hauteur diminue (canette écrasée et large).

Rayon et hauteur sont donc liés… par la **relation** :

Volume du cylindre = Base × hauteur

Volume canette = **π × rayon² × hauteur = 330 cm^3**

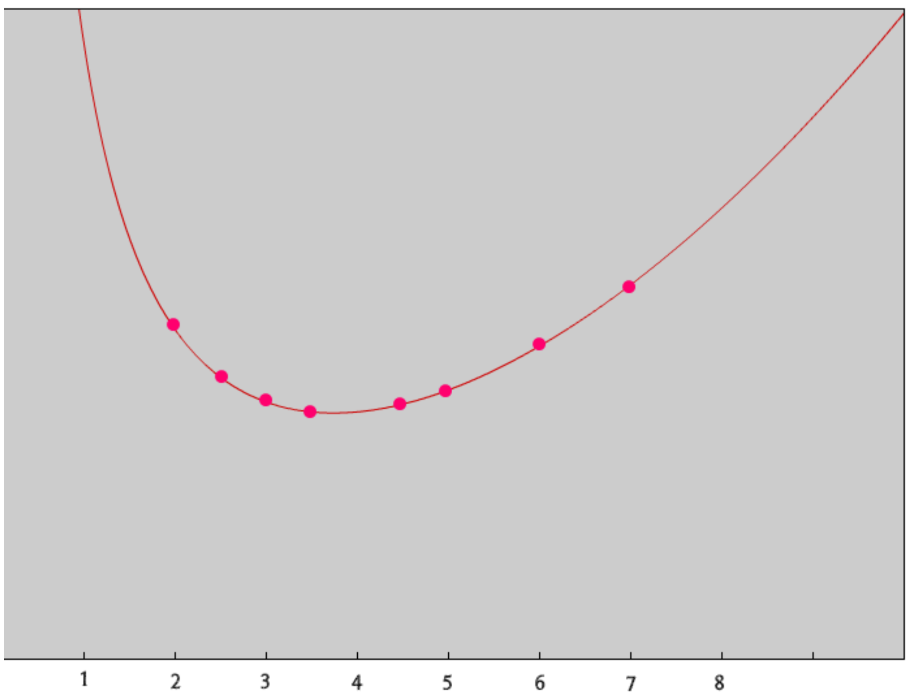
car 33 cL = 0,33 L = 330 cm^3 (rappel 1L = 1000 cm^3)

Changeons le rayon en prenant par exemple 2 cm. Alors $\pi \times 2^2 \times$ hauteur = 330
Hauteur = $330 \div (\pi \times 2^2) \approx 26{,}26$ cm.
On peut maintenant calculer l'aire du cylindre : $\pi \times 2^2 + \pi \times 2^2 + 26{,}26 \times 2 \times \pi \times 2 \approx 355{,}13$ cm².

En changeant plusieurs fois le rayon et en calculant la surface de métal obtenue, on obtient un tableau de valeurs :

Rayon (cm)	1	2	2,5	3	3,5	4.5	5	6	7
Surface (cm²)	666,28	355,13	303,27	276,55	265,54	273,90	289,08	336,19	402,16

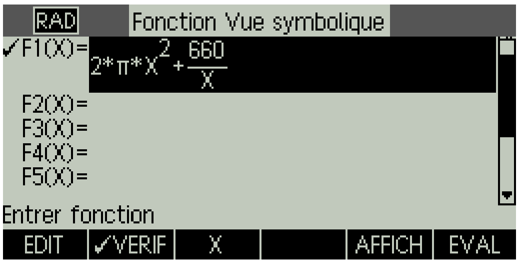
Si on représente ce tableau graphiquement, on obtient une série de points dessinant une courbe représentant la surface de métal de la canette en fonction de son rayon.

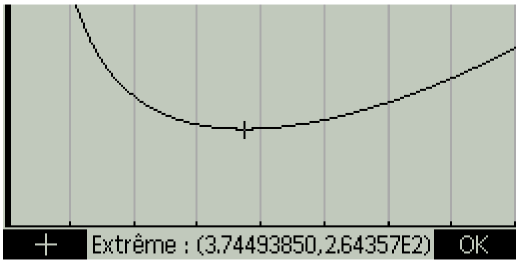


La courbe descend au plus bas (ce qui correspond au minium d'utilisation de métal) pour un rayon d'environ le véritable rayon de la canette !

Au lycée, on trouve directement l'expression algébrique de la fonction exprimant la surface de métal S(x) en fonction du rayon x grâce à la relation : hauteur = $330/(\pi x^2)$

$$\begin{aligned} S(x) &= 2 \times \pi \times x^2 + 2 \times \pi \times x \times \text{hauteur} \\ &= 2\pi x^2 + 2\pi x \times 330/(\pi x^2) \\ &= 2\pi x^2 + 660/x \end{aligned}$$





On obtient théoriquement le minimum de surface pour x $\approx$ 3,7 cm.
On observe une différence de 4 dixièmes avec les 3,3 cm réels du fait qu'une canette n'est pas un cylindre parfait (bords biseautés).