Noix & ballon de basket

HP 300s+

Par Mickaël Nicotera
avec la collaboration de Pierre Cure

Objectifs : Se représenter l'espace.
Notion de volume. Optimisation d'un calcul de volume.
Calcul d'échelle. Calcul de masse.
Mots-clés : volume, aire, pavé droit, cube, cylindre, sphère, boule, échelle, masse.

Enoncé : Combien de kilogrammes de noix y-a-t-il dans le carton ?

Noix & ballon de basket

HP 300s+

Analyse pour les enseignants : Les élèves (installés par groupe de 4 par exemple) peuvent se débrouiller avec ces deux seules photos moyennant cependant une recherche documentaire pour obtenir les dimensions standard d'une noix (et sa masse moyenne) et d'un ballon de basketball.

Pour effectuer la tâche en une heure, on pourra donner aux élèves ces documents :

DOCUMENT 3 :

Caractéristiques de la noix
Calibre longueur x largeur (mm) : 40x30
Forme : elliptique
Poids moyen (g) : 10,5
Poids moyen du cerneau (g) : 4,3 g

DOCUMENT 4 :

Caractéristiques du ballon de basketball
Diamètre (cm) : 24,3
Forme : sphérique
Poids (g) : 595

Source : Le Noyer, Ctifl, 1999

Les élèves sont amenés à mesurer des longueurs sur les photographies puis à calculer une échelle avec les longueurs réelles trouvées.
Néanmoins, un élève de 6ème peut parfaitement se débrouiller sans échelle l'espace occupé par les noix semblant correspondre à l'œil à 4 ballons de basket (en oubliant l'espace vide entre les ballons).

La difficulté des élèves sur la notion d'aire et de volume jaillit alors grandement.
Ils ont tendance à vouloir calculer systématiquement des aires qu'ils confondent avec le volume.
A un élève qui porte cette confusion, on pourra évoquer des objets concrets de l'environnement ayant une grande surface et un petit volume face à des objets de faibles surfaces mais de grand volume.

Le ballon de basket, en dépit qu'il montre la hauteur de noix, trouble grandement.
Face à la masse moyenne donnée d'une noix, certains élèves cherchent également à connaître la masse moyenne du ballon.
Le ballon n'est évidemment là que pour établir les dimensions du pavé droit qu'occupent les noix.

Ayant la masse d'une noix, il faut donc calculer le nombre de noix dans le carton.
Les élèves de 6ème pourront apparenter une noix à un cube ou un pavé droit.
Les élèves de 5ème et de 4ème pourront apparenter une noix à un cylindre.
Les élèves de 3ème pourront apparenter une noix à une sphère.
Certains élèves ayant accès à une base documentaire cherchent à connaître une formule pour le volume d'une ellipsoïde mais se rendent vite compte de sa difficulté et se replie sur un solide connu.
C'est déjà là que certains élèves prennent conscience qu'ils effectuent du calcul approché et qu'il n'y aura pas de réponse exacte.

Le calcul de l'espace occupé par les noix et, par de là, du nombre de noix se base directement sur la compréhension de la notion de volume. On divisera le volume de cet espace (apparenté à un pavé droit) par le volume d'une noix pour obtenir le nombre de noix. On fera également attention aux unités identiques qu'implique la division.

Il reste à calculer la masse des noix. Par proportionnalité, connaissant le nombre de noix, on déduit cette masse totale.

On pourra terminer sur la présence d'espaces vides entre les noix.
Peu d'élèves y pensent mais quel que soit le solide qu'ils ont choisi pour une noix, ils ont soit oublié de compté ou soit compté des espaces vides que la noix n'occupe pas.
Lors du bilan général (avec affiche et présentation orale de chaque groupe par exemple), on peut alors débattre sur le groupe le plus proche de la réalité.

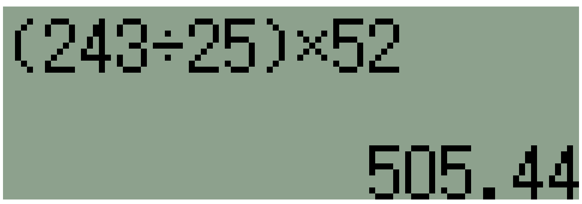
Le matériel à utiliser est :

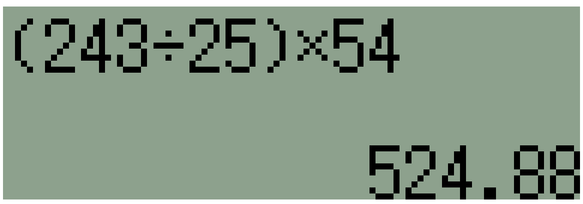
- Une calculatrice HP 300s+
- Une règle graduée
- Une feuille de brouillon
- Un stylo
- Une affiche
- Des feutres pour écrire sur l'affiche
- (un accès à une base documentaire si on ne donne pas les documents 3 et 4)

Résolution : Commençons par calculer le volume de l'espace occupé par les noix.
Il s'agit d'un pavé droit de dimensions obtenues par un calcul d'échelle avec le ballon de basket.
La hauteur du pavé droit est celui du ballon : 24,3 cm = 243 mm.
Pour la longueur et la largeur, on peut dire grossièrement qu'elles sont identiques et égales à deux diamètres de ballon. Si on veut être plus précis, on prend sa règle gradué pour établir le tableau suivant :

	Dimensions sur la photo (mm)	Dimensions réelles (mm)
Ballon	25	243
Largeur	52	?
Longueur	54	?

Par proportionnalité, on trouve la largeur et la longueur réelles en mm :





On en déduit le volume du pavé droit et donc de celui de l'espace occupé par les noix en faisant Hauteur × Longueur × Largeur et on obtient en mm^3 :

```
243×505.44×524.▶
      64466769.37
```

On traitera ensuite ces trois cas :

- Représentation d'une noix par un cube ;
- Représentation d'une noix par un pavé droit ;
- Représentation d'une noix par une sphère.

Avec les dimensions données de la noix, on peut l'apparenter à un cube de 35 mm de côté.
Pour calculer le volume d'un cube, on effectue ce calcul : côté × côté × côté.
On obtient en mm^3 :

```
35×35×35
            42875
```

En divisant le volume (en mm^3) de l'espace total occupé par les noix par ce volume (aussi en mm^3), on obtient une valeur approchée du nombre de noix :

```
64466769.37÷428▶
      1503.598119
```

Avec les dimensions données de la noix, on peut l'apparenter à un pavé droit de 30 mm sur 30 mm sur 40 mm.
Pour calculer le volume d'un pavé droit, on effectue ce calcul : Hauteur × Longueur × Largeur.
On obtient en mm^3 :

```
30×30×40
            36000
```

Noix & ballon de basket

HP 300s+

En divisant le volume (en mm^3) de l'espace total occupé par les noix par ce volume (aussi en mm^3), on obtient une valeur approchée du nombre de noix :

```
64466769.37÷360▸
        1790.743594
```

Avec les dimensions données de la noix, on peut l'apparenter à une <u>sphère</u> de 35 mm de diamètre. Des sphères empilées créent de gros espaces vides. On s'éloignera vraiment de la masse réelle.
Pour calculer le volume d'un pavé droit, on effectue ce calcul : 4/3 × π × rayon^3.
π s'obtient sur la HP 300s+ avec les touches :
SHIFT π ($x10^x$)
Le cube s'obtient sur la HP 300s+ avec les touches :
SHIFT x3 (x^2)

On obtient en mm^3 :

```
4÷3×π×17.5³
         22449.2975
```

En divisant le volume (en mm^3) de l'espace total occupé par les noix par ce volume (aussi en mm^3), on obtient une valeur approchée du nombre de noix :

```
64466769.37÷224▸
        2871.660878
```

Il reste à multiplier le nombre de noix par la masse d'une noix pour chaque cas. Résultats en grammes :

```
1504×10.5
              15792
```

```
1791×10.5
            18805.5
```

```
2872×10.5
              30156
```

Noix & ballon de basket

HP 300s+

Solide	Nombre de noix	Masse des noix (kg)
Cube	1504	≈15,8
Pavé droit	1791	≈18,8
Boule	2872	≈30,16

La masse réelle des noix (en négligeant la masse du carton) est de :